МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

,

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,

Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Линейная алгебра

Направление подготовки:	01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Профиль:	«Прикладная информатика»
Квалификация (степень) выпускника:	**бакалавр**
Форма обучения:	очная

2021г.

Фонд оценочных средств составлен в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика.

Фонд оценочных средств составил

____________________ М.В. Калашник, профессор кафедры Высшей математики, доктор физико - математических наук, с.н.с. (доцент).

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы

01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

__________________ С.В. Ермаков

«____»_____________2021 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины **«Линейная алгебра»** и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине **«Линейная алгебра»** решаются следующие задачи:

– контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данного курса;

– контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данного курса;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в про-цессе освоения образовательной программы

1.1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Алгебра и геометрия», соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата **01. 03.02. «Прикладная математика и информатика»** *Профиль* **«Прикладная информатика»**

Коды компетенций	*Результаты освоения ООП Содержание компетенций**	*Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине***
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	**Знать:** Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. **Уметь:** применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. **Владеть:** математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	**Знать:** Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. **Уметь:** применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. **Владеть:** математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	**Знать:** Основные понятия и методы алгебры по основным разделам и темам. **Уметь:** применять математические методы, модели и законы для решения задач информатики. **Владеть:** математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ООП специалитета.

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Место дисциплины и соответствующий этап формирования компетенций в целостном процессе подготовки по образовательной программе можно определить по матрице компетенций, которая приводится в Приложении.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см.п. 4 рабочей программы дисциплины).

***1.3. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине* «Линейная алгебра»**

Семестр 2

№ п/п	**Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)**	**Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка**	**Наименование оценочного средства**
1.	**Раздел 1. Матрицы, определители и системы линейных уравнений**	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	ИДЗ по теме раздела (Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.) Контрольная работа № 1 второго семестра. Экзамен 2 семестра.
2.	**Раздел 2. Линейные пространства и подпространства, базис, координаты**	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	ИДЗ по теме раздела (Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.) Контрольная работа № 2 второго Экзамен 2 семестра.
3.	**Раздел 3. Линейные операторы, собственные векторы.**	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	ИДЗ по теме раздела (Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.) Контрольная работа № 3 Экзамен 2 семестра.
4.	**Раздел 4. Евклидовы пространства, квадратичные формы**	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	ИДЗ по теме раздела (Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005.) Контрольная работа № 3 Экзамен 2 семестра.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.п. 1. Формирование дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий

Уровни	**Содержательное описание уровня**	**Основные признаки выделения уровня**	**БРС, % освоения**	**ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета**
Высокий *Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины*	Творческая деятельность	*Включает нижестоящий уровень.* Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему теоретического или прикладного характера на основе изученных методов.	90-100	A/ Отлично/ Зачтено

Продвинутый *Все виды компетенций сформированы на про двинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины*	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	*Включает нижестоящий уровень.* Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать систематизировать,анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89 75-84	B/ Очень хорошо/ Зачтено C/ Хорошо/Зачтено
Пороговый *Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне*	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях, излагает в пределах задач курса, теоретически и практически контролируемый материал.	65-74 60-64	D/Удовлетворительно/ Зачтено E/Посредственно/Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сфомированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществля-ется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	**Текущий контроль**	**Промежуточная аттестация**
высокий	**высокий**	**высокий**
	продвинутый	*высокий*
	высокий	*продвинутый*
продвинутый	*пороговый*	*высокий*
	высокий	*пороговый*
	продвинутый	**продвинутый**
	продвинутый	*пороговый*
	пороговый	*продвинутый*
пороговый	**пороговый**	**пороговый**
ниже порогового	**пороговый**	**ниже порогового**
	ниже порогового	**-**

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания зна-ний, умений, навыков или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем каче-ства теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисци-плине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется три раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) , контрольная точка № 2 (КТ № 2). контрольная точка № 3 (КТ № 3). Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	**Контрольная точка № 1**	**23**	**40**
	Контрольная № 1/2	12	20
	Контрольная работа №2/2	11	20
	Индивидуальное домашнее задание по разделу.		
	Контрольная точка № 2	**12**	**20**
	Контрольная № 3/2	12	20
	Индивидуальное домашнее задание по разделу.		
Промежуточный	**Зачет/Экзамен**		
	Экзаменационный билет	25	40
ИТОГО по дисциплине		**60**	**100**

Определение бонусов и штрафов

Бонусы: поощрительные баллы студент получает к своему рейтингу в конце семестра за активную и регулярную работу на занятиях. Согласно Положению о баллно-рейтинговой системе оценке знаний ИАТЭНИЯУ МИФИ бонус (премиальные баллы) не может превышать **5 баллов**. Выставляется по совместному решению преподавателей, проводящих защиту лабораторных работ и практические (семинарские) занятия. Дополнительные (бонусные) баллы могут быть выставлены студенту за участие в конференциях, научных семинарах, подготовке докладов и т.п., предполагающих глубокое знание разделов дисциплины «Линейная алгебра».

Штрафы: за несвоевременную сдачу всех видов текущего контроля максимально оценка может быть снижена до 5 баллов.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики
(наименование кафедры)

Специальность: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Профиль: «Прикладная математика»
Дисциплина: «Линейная алгебра»

Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

а) типовые вопросы (задания):

1. Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы).

2. Определитель квадратной матрицы n–го порядка. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Теоремы замещения и аннулирования.

3. Обратная матрица. Условие существования. Нахождение обратной матрицы. Решение простейших матричных уравнений.

4. Ранг матрицы. Базисный минор. Линейная зависимость и независимость вектор строк (столбцов). Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы.

5. Системы линейных уравнений. Матричная и векторная запись системы. Системы совместные, несовместные, определенные, неопределенные. Система из n уравнений с n неизвестными. Теорема Крамера и формулы Крамера для решения квадратных систем.

6. Исследование совместности системы в терминах ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Общее решение неоднородной системы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

7. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения однородной и неоднородной системы.

8. Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису. Координаты вектора в данном базисе.

9. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

10. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.

11. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

12. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Произведение операторов. Матрица суммы и произведения операторов. Обратный оператор. Условие существования обратного оператора.

13. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема о связи размерностей ядра и образа оператора с размерностью пространства.

14. Собственные значения и собственные вектора линейного оператора. Простейшие свойства. Характеристический многочлен оператора. Инвариантность характеристического многочлена. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.

15. Оператор простой структуры. Необходимые и достаточные признаки. Приведение матрицы оператора простой структуры к диагональному виду. Каноническое разложение матрицы оператора простой структуры.

16. Евклидовы пространства. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма (длина) вектора. Неравенство треугольника. Угол между векторами евклидова пространства.

17.Ортогональная и ортонормированная системы векторов. Теорема Пифагора. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.

18. Координаты и скалярное произведение в ортонормированном базисе Матрица и определитель Грама системы векторов. Объем n –мерного параллелепипеда.

19. Ортогональное дополнение подпространства. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей.

20. Сопряженный и самосопряженный оператор в евклидовом пространстве. Свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора. Теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов.

21. Ортогональная матрица и ортогональный оператор в евклидовом пространстве. Основные свойства.

22. Квадратичная форма. Матрица и матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Преобразование матрицы формы при невырожденной линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

23. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичных форм.

24. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приложение к исследованию на экстремум функций многих переменных.

25. Приложение квадратичных форм к исследованию кривых второго порядка. Алгоритм приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Основная теорема о кривых второго порядка.

Билеты к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра».

Экзаменационный билет № 1
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Определитель матрицы. Определение. Свойства определителя.
2. Инварианты кривых второго порядка. Теорема об инвариантах кривых второго порядка. Исследование кривой второго порядка (Пример).
3. Задача.
4. Задача.

Экзаменационный билет № 2
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.

2. Знакопостоянные квадратичные формы. Закон инерции квадратичной формы. Критерии знакопостоянства.

3. Задача.
4. Задача.

Экзаменационный билет № 3
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Теорема Крамера . Решение невырожденных квадратных СЛАУ по правилу

   Крамера.

2. Нормальный вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа (пример).

3. Задача.

4. Задача.
………..

Экзаменационный билет № 4
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Исследование и решение произвольной СЛАУ методом Гаусса.

2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования .

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 5
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Базисный минор. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

2. Изменение матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 6
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Однородные СЛАУ. Три свойства решений однородной СЛАУ (с док-вом).

2. Ортогональный оператор. Определение. Свойства ортогонального оператора.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 7
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Теорема Кронекера-Капелли. Условие единственности решения СЛАУ.

2. Положительная и отрицательная определённость квадратичных форм. Критерий знако-

   определённости квадратичной формы по каноническому виду.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 8
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Линейные пространства. Определение. Примеры линейных пространств.

2. Линейные операторы в R^n. Матрица линейного оператора. Пример.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 9
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Линейная зависимость и независимость векторов. Определения. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Определения.

2. Сопряжённый и самосопряжённый оператор. Свойства самосопряжённого оператора.

3. Задача.

4. Задача.

/

Экзаменационный билет № 10
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Замена базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат при переходе к новому базису (с доказательством).

2. Прямая сумма подпространств. Определение. Теорема о размерности прямой суммы подпространств (без док-ва). Пример.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 11
по курсу **“Высшая математика”**

1. Подпространства линейного пространства. Определения и примеры.

2. Собственный вектор и собственное число линейного оператора. Теорема о собственном числе линейного оператора (с док-вом).

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 12
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Обратная матрица. Определение. Теорема существования обратной матрицы (док-во).

2. Координаты вектора в ортонормированном базисе. Скалярное произведение в произвольном и в ортонормированном базисе.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 13
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Линейные операторы в R^n. Определение. Примеры. Матрица линейного оператора.

2. Теорема Крамера (с док-вом). Решение квадратных СЛАУ по правилу Крамера.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 14
по курсу **"Линейная алгебра"**

1. Матрица линейного оператора. Теорема о матрице линейного оператора (с док-вом).

2. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Норма вектора. Ортогональность. Неравенство Коши-Буняковского.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 15
по курсу **"Линейная алгебра"**

1. Матрица линейного оператора. Теорема о связи матриц линейного оператора в различных базисах.

2. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Норма вектора. Ортогональность. Теорема Пифагора.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 16
по курсу **"Линейная алгебра"**

1. Собсвенный вектор и собственное число линейного оператора. Теорема о приведении матрицы линейного оператора к диагональной.

2. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Норма вектора. Ортогональность. Неравенство треугольника.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 17
по курсу **“Линейная алгебра”**

1 Ядро и образ линейного оператора. Теорема о размерности ядра и образа линейного оператора.

2. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 18
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Самосопряжённый оператор. Определение. Свойства самосопряжённого оператора

2. Скалярное произведение в произвольном и в ортонормированном базисе.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 19
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Обратный оператор. Определение. Пример. Теорема об обратном операторе.

2. Линейная оболочка системы векторов. Определение. Две теоремы о линейной оболочке.

3. Задача.
4. Задача.

Экзаменационный билет № 20
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Собственный вектор и собственное число линейного оператора. Теорема о собственных векторах, отвечающих различным собственным числам.

2. Однородные СЛАУ. Свойства решений. ФСР (определение). Теорема о ФСР.

3. Задача.
4. Задача.

Экзаменационный билет № 21
по курсу **"Линейная алгебра"**

1. Подпространства линейного пространства. Определение. Линейная оболочка векторов. Две теоремы о линейной оболочке.

2. Определители n-го порядка. Определение. Свойства определителей n-го порядка.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 22
по курсу **"Линейная алгебра"**

1. Пересечение и сумма подпространств. Теорема о размерности суммы и пересечения двух подпространств (без док-ва). Прямая сумма подпространств.

2. Обратная матрица. Определение. Теорема существования обратной матрицы.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 23
по курсу **"Линейная алгебра"**

1. Линейные операторы в R^n. Определение. Примеры. Матрица линейного оператора.

2. Теорема Крамера (с док-вом). Решение невырожденных квадратных СЛАУ по правилу Крамера.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 24
по курсу **"Линейная алгебра"**

1. Матрица линейного оператора. Теорема о матрице линейного оператора.

2 Базисный минор. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 25
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Матрица линейного оператора. Теорема о связи матриц линейного оператора в различных базисах.

2. Теорема Кронекера-Капелли. Условие единственности решения СЛАУ.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 26
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость системы век-торов. Теорема о необходимом и достаточном условии линейной зависимости.

2. Нормальный вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к нормальному виду методом Лагранжа.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 27
по курсу **“Линейная алгебра”**

1 Положительная и отрицательная определённость квадратичной формы. Критерий знакопределённости квадратичной формы по каноническому виду.

2. Определители n-го порядка. Определение. Свойства определителей n-го порядка.

3. Задача.

4. Задача.

Экзаменационный билет № 28
по курсу **“Линейная алгебра”**

1. Ядро и образ линейного оператора. Теорема о размерности ядра и образа линейного оператора.

2. Инварианты кривых второго порядка. Теорема об инвариантах кривых второго порядка. Исследование кривой второго порядка (Пример).

3. Задача.

4. Задача.

Задачи к экзаменационным билетам по курсу «Линейная алгебра».

Билет 1

1. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -12 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Найти общее решение системы. Указать частное решение

$$\begin{aligned} &x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ &4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3 \\ &3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \end{aligned}$$

Билет 2

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2. В базисе $\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2}, \mathbf{e_3}$ вектор $\mathbf{x}$ имеет координаты $\mathbf{x} = (6, -1, 3)$. Найти его координаты в базисе

$$\begin{aligned} &\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e_1} + \mathbf{e_2} + 2\mathbf{e_3} \\ &\mathbf{e}'_2 = 2\mathbf{e_1} - \mathbf{e_2} \\ &\mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e_1} + \mathbf{e_2} + \mathbf{e_3} \end{aligned}$$

Билет 3

1. Найти все значения параметра λ, при которых ранг матрицы A равен двум. Найти A^{-1} при $\lambda = 0$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 4 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Найти матрицу оператора A в базисе $\mathbf{e}_1' = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_2' = -4\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2$, если она задана в базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Билет 4

1. Решить матричное уравнение $XA = B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Найти образ и ядро линейного оператора, заданного в некотором базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\ \mathbf{e}_3$ матрицей $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Билет 5

1. Найти общее решение системы. Указать частное решение

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 &= 4 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 &= 3 \end{aligned}$$

2. Подпространство L_1 - линейная оболочка векторов $\mathbf{a}_1 = (1,2,0,1), \mathbf{a}_2 = (1,1,1,0)$, подпространство L_2 - линейная оболочка векторов $\mathbf{b}_1 = (1,0,1,0), \mathbf{b}_2 = (1,3,0,1)$. Найти размерность суммы и пересечения подпространств.

Билет 6

1. Найти ФСР и записать общее решение однородной системы

$$\begin{aligned} &x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ &3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ &2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{aligned}$$

2. Найти матрицу, область значений и ядро оператора ортогонального проектирования на плоскость $y - z = 0$.

Билет 7

1. Оператор A в базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ имеет матрицу $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, оператор B в базисе $\mathbf{e}_1' = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_1' = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ имеет матрицу $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Найти матрицу суммы операторов в новом (штрихованном) базисе.

2. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов

$\mathbf{a}_1 = (1,-2,2,-3)$, $\mathbf{a}_2 = (2,-3,2,4)$.

Билет 8

1. Найти образ и ядро линейного оператора, заданного в некотором базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\ \mathbf{e}_3$ матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Ортогонализовать систему векторов

$\mathbf{e}_1 = (1,1,0,0)$, $\mathbf{e}_2 = (1,0,1,1)$, $\mathbf{e}_3 = (0,1,0,-1)$.

Билет 9

1. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ -4 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа

$$f(\mathbf{x}) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 8x_2x_3 + 4x_3^2$$

Билет 10.

1. Привести матрицу оператора простой структуры к диагональному виду. Указать диагонализующую матрицу.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ортогональную проекцию вектора $\mathbf{x} = (1,3,-1,3)$ на подпространство с базисом $\mathbf{e}_1 = (1,-1,1,1)$,$\mathbf{e}_2 = (5,1,-3,3)$.

Билет 11

1. В пространстве R^3 даны операторы $A\mathbf{x} = (x_1 - 2x_3, x_1, x_2 + x_3)$, $B\mathbf{x} = (-2x_3, x_1, x_1 + x_3)$. Найти матрицу оператора $A + B^2$ в каноническом базисе $\mathbf{e}_1 = (1,0,0), \mathbf{e}_2 = (0,1,0), \mathbf{e}_3 = (0,0,1)$.

2. Найти все значения параметра λ при которых квадратичная форма положительно определена

$$f(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 2\lambda x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_2^2 + 3x_3^2$$

Билет 12

1. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием

$$f(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 4x_1 x_2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_2 x_3$$

Билет 13

1. Исследовать квадратичную форму на знакоопределенность

$$f(\mathbf{x}) = -8x_1^2 + 4x_1 x_2 - 2x_1 x_3 - 5x_2^2 + 2x_2 x_3 - 6x_3^2$$

2. Найти ФСР и записать общее решение однородной системы

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Билет 14

1.Исследовать на линейную зависимость систему векторов

$\mathbf{a}_1 = (1,3,-2,1)$, $\mathbf{a}_2 = (3,-1,1,1)$, $\mathbf{a}_3 = (8,4,-2,4)$

2. В базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ координаты вектора $\mathbf{x} = (7, -5)$. Найти его координаты в базисе $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}'_2 = \frac{4}{5}\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$.

Билет 15.

1. Найти матрицу перехода от базиса $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ к базису $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ если

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2,\ \mathbf{a}_2 = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2,$$
$$\mathbf{b}_1 = 2\mathbf{e}_1 - 3\mathbf{e}_2,\ \mathbf{b}_2 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2,$$

2. Исследовать кривую и построить график $-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$

Билет 16

1. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -10 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

Билет 17

1. Найти общее решение системы. Указать частное решение

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_5 = 1$$
$$4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$$
$$3x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 - 4x_5 = 2$$

2. Найти матрицу оператора A в базисе $\mathbf{e}_1' = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_2' = -\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2$, если она задана в базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$: $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

Билет 18

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Исследовать кривую и построить график $x^2 + y^2 + 4xy - 8x - 4y + 1 = 0$

Билет 19

1. Ортогонализовать систему векторов

$\mathbf{e}_1 = (1,0,0,2)$, $\mathbf{e}_2 = (2,1,0,3)$, $\mathbf{e}_3 = (-3,2,1,1)$.

2. Привести матрицу оператора простой структуры к диагональному виду. Указать диагонализующую матрицу.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Билет 20

1. Найти все значения параметра λ при которых квадратичная форма положительно определена

$$f(\mathbf{x}) = 2x_1^2 + 2\lambda x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + x_2^2 + 3x_3^2$$

2. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Билет 21

1. Найти матрицу, образ и ядро оператора поворота относительно оси z на угол $\pi/2$.
2. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа

$$f(\mathbf{x}) = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 12x_2x_3 + 4x_3^2$$

Билет 22

1. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов

$\mathbf{a}_1 = (1,2,2,-3)$, $\mathbf{a}_2 = (2,-3,2,0)$.

2. Найти ФСР и записать общее решение однородной системы

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 &= 0 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

Билет 23

1. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Исследовать квадратичную форму на знакоопределенность

$$f(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_2x_3$$

Билет 24

1. В пространстве R^3 даны операторы $A\mathbf{x} = (x_1 + x_3, x_1, x_2 - x_3)$, $B\mathbf{x} = (2x_3, x_1, x_1 + x_2)$. Найти матрицу оператора $A^2 + B$ в каноническом базисе $\mathbf{e}_1 = (1,0,0), \mathbf{e}_2 = (0,1,0), \mathbf{e}_3 = (0,0,1)$.

2. Найти собственные вектора и собственные значения оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

Билет 25

1. Найти матрицу оператора A в базисе $\mathbf{e}_1' = \mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_2' = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$, если она задана в базисе $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Исследовать кривую и построить график: $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 6x + 2y + 1 = 0$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов)

Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно рейтинговой системе. На экзамене студентам предлагается ответить на два теоретических вопроса и решить две задачи из разных разделов программы. Ответ студента на экзамене согласно рейтинговой системе оценивается в интервале 20–40 баллов. Для сдачи экзамена необходимо набрать суммарно не менее 60 баллов. Экзаменационная оценка выставляется в соответствии с таблицей:

Таблица пересчета итогового рейтингового балла в 5-бальную оценку		
Итоговый рейтинговый балл	5-бальная оценка	Оценка по ECTS
90–100	отлично	A

85–89	очень хорошо	B
75–84	хорошо	C
65–74	удовлетворительно	D
60–64	посредственно	E
< 60	неудовлетворительно	F

Ответ оценивается по следующим критериям:

- Правильность, полнота, логичность построения ответа;
- Умение оперировать специальными терминами;
- Умение вывести математические соотношения в соответствии с теоретиче-ским материалом;
- Использование в ответе дополнительного материала;
- Умение иллюстрировать теоретические положения практическим материалом.

В основе процедуры определения уровня сформированности компетенций лежит балльно-рейтинговая оценка знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности студентов.

Уровни усвоения материала и сформиро-ванности способов де-ятельности	**Конкретные действия студентов, свидетельствующие о достижении данного уровня**
Первый меньше 60 баллов Неудовле-творительно	Результаты обучения студентов свидетельствуют об усвое-нии ими некоторых элементарных знаний основных вопро-сов по дисциплине. Допущенные ошибки и неточности пока-зывают, что студенты не овладели необходимой системой знаний по дисциплине.
Второй от 60 до 74 баллов Удовлетво- рительно	Достигнутый уровень оценки результатов обучения показы-вает, что студенты обладают необходимой системой знаний и владеют некоторыми умениями по дисциплине. Студенты способны понимать и интерпретировать освоенную инфор-мацию, способны решать типовые и тестовые задачи по предмету.

Третий от 75 до 89 баллов Хорошо	Студенты продемонстрировали результаты на уровне осознанного владения учебным материалом и учебными умениями, навыками и способами деятельности по дисциплине. Студенты способны анализировать, проводить сравнение и обоснование выбора методов решения заданий в практико-ориентированных ситуациях, а именно: объясняет факты, правила, принципы; преобразует словесный материал в математические выражения; предположительно описывает будущие последствия, вытекающие из имеющихся данных. Студенты способны достаточно четко давать математические определения, умеют применять методы аналитической геометрии к решению геометрических и физических задач.
Четвертый от 90 до 100 баллов Отлично	Студент способен использовать сведения из различных источников для успешного исследования и поиска решения в нестандартных практико-ориентированных ситуациях: ориентируется в потоке информации, определяет источники необходимой информации, способен анализировать ее, умеет проводить нестандартные доказательства математических теорем.

Допуск к экзамену по дисциплине в соответствии с принятой в ИАТЭ НИЯУ МИФИ балльно-рейтинговой системой оценки знаний студентов осуществля-ется при количестве набранных студентом более 35 баллов за семестр при условии выполнения всех предусмотренных учебной программой видов учебной деятельности.

За семестр студент может набрать от 35 до 60 баллов. Минимальный балл за ответ на экзамене – 20, максимальный – 40.

Общая (итоговая по промежуточному контролю) оценка определяется по суммарному количеству баллов полученных студентом в ходе текущей в семестре учебной деятельности и результатов промежуточной аттестации (экзамена) и выглядит следующим образом:

60 – 74 балла – «Удовлетворительно»;

75 – 89 баллов – «хорошо»;

90 – 100 баллов – «отлично».

На экзамене ставится оценка в зависимости от:

Отлично	Студент продемонстрировал глубокое и прочное усвоение предмета , грамотно и последовательно изложил материал, правильно сформулировал все определения , провел необходимые пункты в

	доказательстве теорем, решил обе экзаменационные задачи
Хорошо **26 – 35 баллов**	Ответ оценивается на «Хорошо» при: правильном, полном и логично построенном ответе, но имеются негрубые ошибки и неточности в решении задач; умении оперирования специальными терминами, но возможны затруднения в использовании практического материала; умении иллюстрировать теоретические положения практическим материалом, но при этом делаются не вполне законченные выводы или обобщения;
Удовлетворительно **20 – 25 баллов**	Ответ оценивается на «Удовлетворительно» при: схематичном, неполном ответе; неумении оперировать специальными терминами или их незнании; с одной грубой ошибкой в экзаменационных задачах
Неудовлетворительно **Менее 20 баллов**	Ответ оценивается как «Неудовлетворительно» при: ответе на все вопросы билета с грубыми ошибками; неумении оперировать специальной терминологией; неумении приводить примеры практического использования научных знаний; нерешенной экзаменационной задаче.

При неудовлетворительной оценке на экзамене, независимо от полученных в семестре баллов, выставляется итоговая оценка «Неудовлетворительно». В этом случае студент имеет право на пересдачу экзамена в соответствие с про-цедурой, предусмотренной положением о промежуточной аттестации ИАТЭ НИЯУ МИФИ.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Кафедра Высшей математики
(наименование кафедры)

Специальность: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Профиль: «Прикладная математика»
Дисциплина: «Линейная алгебра»

Контрольные работы по дисциплине «Линейная алгебра»

Контрольная работа - письменное задание, предусматривающее самостоятельный ответ студента на поставленные вопросы. Время выполнения контрольной работы предполагается в диапазоне 45 – 90 минут

Наименование оценочного средства.
Рейтинговая контрольная работа №1

Вариант 1.

1. Выполнить действие:

$$\begin{pmatrix} 111 \\ 022 \\ 001 \end{pmatrix}^T \times \begin{pmatrix} 42 \\ 31 \\ 20 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

4. Найти обратную матрицу $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Выполнить действие:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 4 предложенных заданий одного из вариантов.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: задание (1,2) – 3 балла; задания (3 –5) каждое –4 балла.

Наименование оценочного средства.

Рейтинговая контрольная работа №2

Тема – «Линейные пространства и операторы»

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

1. (5) Найти координаты вектора $x = (7,-5)$ в базисе e_1', e_2', если он задан в базисе e_1, e_2: $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = \frac{4}{5}e_1 - e_2$.

2. (5) Найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $y - x = 0$.

3. (5)Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

4. (5) Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы при переходе к другому базису.

Вариант 2

1. (5) Найти координаты вектора x в базисе (e_1', e_2'), если он задан в базисе (e_1, e_2): $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - 2e_2$, $x = (7,-5)$.

2. (5) Найти область значений и ядро линейного оператора $f : X \to X$, заданного в некотором базисе $e_1, e_2\ e_3$ матрицей. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. (5)Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. (5) Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: все задания по пять баллов

Наименование оценочного средства.
Рейтинговая контрольная работа №3

Тема «Евклидовы пространства, квадратичные формы»

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

1. Ортогонализовать векторы: $\vec{f}_1 = (2,1,0)$, $\vec{f}_2 = (1,-1,1)$.

2. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов: $\vec{f}_1 = (2,1,1)$, $\vec{f}_2 = (1,1,3)$.

3.Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}_1 = (2,-1,3)$, $\vec{a}_2 = (1,1,2)$ используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Найти ортогональную проекцию вектора $\vec{x} = (1,2-1)$ на подпространство L_1 с базисом

$\vec{a}_1 = (1,0,1)$, $\vec{a}_2 = (1,2,-2)$

7. Исследовать квадратичную форму $f(\vec{x}) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_2x_3 + 3x_3^2$ на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой $-4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$ к каноническому виду.

Вариант 2

1. Ортогонализовать векторы: $\vec{f}_1 = (1,1,0)$, $\vec{f}_2 = (1,-2,-1)$.

2. Найти размерность и базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов:

$\vec{f}_1 = (1,1,1)$, $\vec{f}_2 = (1,-1,1)$.

3. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Найти площадь параллелограмма построенного на векторах $\vec{a}_1 = (2,-1,1)$, $\vec{a}_2 = (1,3,1)$, используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = 4x_1^2 - 18x_1x_2 + 4x_2^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием

7. Исследовать квадратичную форму $f(\vec{x}) = -8x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 5x_2^2 + 2x_2x_3 - 6x_3^2$ на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой $-2xy - 2x - 2y + 1 = 0$ к каноническому виду.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: задания (1 –4) каждое по 2 балла, задания (5-8) по 3 балла.

Наименование оценочного средства. Индивидуальное домашнее задание по темам «Линейная алгебра»

Выполняется в соотвествии с пособием Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005. (400 экз.) -- Кузнецов Л. А. Сборник заданий по высшей математике : типовые расчеты : учеб. пособие / Л. А. Кузнецов. - 12-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2013. - 240 с.

Каждый студент получает индивидуальный вариант задания.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Индивидуальное задание считается выполненным при условии правильного решения всех заданий варианта.

в) описание шкалы оценивания:

Выполнение задания при условии необходимо набранного числа баллов за работу в семестре обеспечивае студенту допуск к экзамену.
За правильное выполнение задания и верные ответы студенту могут быть проставлены дополнительные баллы.

По результатам контрольных мероприятий оцениваются уровни обученности

Знать: Основные понятия и методы аналитической геометрии и линейной алгебры по основным темам.

Уметь: применять математические методы, модели и законы для решения практических задач.

Владеть: математическим аппаратом и навыками использования современных подходов и методов математики в области профессиональной деятельности.